

امتحان تجريبي دورة ماي 2004

المادة : الرياضيات

ثانوية : أبي العباس السبتي - مراكش

المستوى : الثانية ثانوي

الشعبة : العلوم التجريبية

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير المبرمجة)

التمرين الأول

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر، نعتبر المستوى (P) والفلكة (S) المعرفين على التوالي بالمعادلتين الديكارتييتين :

$$(P) : x - y - z - 1 = 0$$

$$(S) : x^2 + y^2 + z^2 - x - y - z = 0$$

1) حدد مركز وشعاع الفلكة (S) 2) بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) .3) حدد نقطة تماس المستوى (P) والفلكة (S) .

التمرين الثاني

$$(1) \text{ احسب التكامل } I \text{ حيث : } I = \int_{\ln 3}^{\ln 4} \frac{2e^x - 3}{e^x + 2e^{-x} - 3} dx$$

$$(2) \text{ -a باستخدام مكاملة بالأجزاء بين أن : } \int_1^0 \frac{x^2}{(x^2 + 1)^2} dx = \frac{\pi - 2}{8}$$

$$\text{-b بوضع } t = \sqrt{x} \text{ احسب التكامل } J \text{ حيث : } J = \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{2(x+1)^2} dx$$

التمرين الثالث

يحتوي صندوق على كرة واحدة خضراء و 3 كرات حمراء لا يمكن التمييز بينها باللمس. نسحب عشوائيا كرة من الصندوق :

- إذا كانت الكرة المسحوبة خضراء فإننا نعيدها إلى الصندوق ثم نسحب تانيا كرتين من الصندوق.
- أما إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء فإننا لا نعيدها إلى الصندوق ثم نسحب بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق.

احسب احتمال كل من الأحداث التالية :

- A : " الحصول على كرتين لهما نفس اللون في السحبة الثانية "
- B : " الحصول على كرتين مختلفتي اللون في السحبة الثانية "
- C : " الحصول على كرة خضراء في السحبة الأولى علما أننا سحبنا كرتين لهما نفس اللون في السحبة الثانية "

التمرين الرابع

$$\text{نضع لكل } z \text{ من } \mathbb{C} : P(z) = i\sqrt{3}z^2 - z$$

1) حدد في المستوى العقدي مجموعة النقط $M(z)$ بحيث يكون $P(z)$ تخيليا صرفا.2) نعتبر المعادلة : $(E) : (z \in \mathbb{C}, P(z) = -1)$ -a حل المعادلة (E) -b اكتب على الشكل المثلي جذري المعادلة (E) .

امتحان تجريبي
دورة ماي 2004

ثانوية : أبي العباس السبتي - مراكش

المادة : الرياضيات

الشعبة : العلوم التجريبية

المستوى : الثانية ثانوي

مسألة

الجزء الأول

$$\begin{cases} f(x) = x \ln(1+x); x \geq 0 \\ f(x) = (x+2)e^{\frac{1}{x}}; x < 0 \end{cases}$$

لتكن f الدالة العددية لمتغير حقيقي حيث :

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j})

1) -a حدد D مجموعة تعريف الدالة f

-b احسب نهايات الدالة f عند محداث D

2) -a بين أن الدالة f متصلة في النقطة $x_0 = 0$.

-b بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق في النقطة $x_0 = 0$

3) -a بين أنه : $\forall x \in]0, +\infty[, f'(x) = \frac{x}{x+1} + \ln(1+x)$

$$\forall x \in]-\infty, 0[, f'(x) = (x^2 + -x - 2) \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$$

-b اعط جدول تغيرات الدالة f

4) -a بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (x+3)) = 0$

-b ادرس الفروع اللانهائي للمنحنى (C) .

5) -a حدد معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الإحداثيات (-2)

-b حل في $]0, +\infty[$ المعادلة : $f(x) = x$

6) أنشئ المنحنى (C) : (نأخذ : $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$ و $\frac{1}{e} \approx 0,4$ و $\frac{1}{\sqrt{e}} \approx 0,6$ و $\ln 2 \approx 0,7$)

الجزء الثاني

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n \ln(1+u_n) \end{cases}$$

1) بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq u_n \leq -1+e$

2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية.

3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة واحسب نهايتها.

rm